Orden i kaos

AF MOGENS HØGH JENSEN

Æstetik og skønhed i videnskaben

Skønheden i den videnskabelige proces har været en stor drivkraft i studier af naturen helt tilbage til de gamle grækere som Aristoteles og Pythagoras. Også opnåelsen af nye forskningsresultater er ofte forbundet med stor entusiasme og glæde for forskeren. I mange tilfælde kan de nye resultater endda komme som en overraskelse for forskeren selv. Helt generelt kan vi opstille en række elementer i den videnskabelige arbejdsproces:

Glæden ved videnskabelig indsigt og erkendelse. Den gælder for alle fag i forskningens verden. En af mine fremragende lærere på universitetet, Jens Martin Knudsen, sagde altid: »Der er ingen genvej til ægte indsigt.« Med det mente han, at det kræver hårdt arbejde og en koncentreret indsats at nå den dybe erkendelse og forståelse. Og så ved vi alle, at glæden følger med, på sin vis opstår der en klarhed og lethed i ens bevidsthed, når man endelig når en ny erkendelse. Man kunne passende danne en analogi med en 'solopgang' i ens forståelse.

For forskere i den naturvidenskabelige verden vil der altid være en stor nydelse og glæde ved mødet med skønheden i naturen. Naturen udviser en overordentlig stor variation i størrelsesordener, fra universet på den helt store skala, over økosystemer med store dyr, bakterier, molekyler og celler, ned til atomer med de mindste bestanddele, quarkerne. Denne spændvidde er på sin vis frygtindgydende, men samtidig også utrolig fascinerende, og den repræsenterer i sig selv uendelig skønhed. Naturen byder os også på de voldsomste fænomener, tænk bare på sorte huller – og endnu mere ekstremt sammenstød mellem sorte huller. Alt sammen giver det oplevelser af vores omverden, som rummer den ypperste skønhed.

Indenfor fagene fysik, kemi og matematik giver ligninger og modeller anledning til stor æstetisk skønhed. Fundamentale matematiske ligninger kan direkte beskrive lovmæssigheder for, hvordan naturen virker! Det giver en ualmindelig stærk forklaringskraft, som vi kan kalde 'fysikken grundlov'. De fleste vil ved det første møde med Newtons og Maxwells love sidde med fornemmelsen af, at her er naturen formuleret med den største skønhed – og enkelhed.

Over et bredere spektrum af fag vil alle mennesker – forskere som ikke-forskere – ofte få en overvældende følelse ved at stifte bekendtskab med fantastisk poesi, litteratur og anden kunst. De fleste vil uden tvivl hævde, at kunsten giver anledning til nogle af de mest opløftende oplevelser i et menneskeliv.

Forståelsen af tid repræsenterer en indre skønhed. Ja, hvordan forstår vi i det hele taget tiden? Vi ved, at universet blev skabt for ca.13,8 milliarder år siden. Vi ved også, at vores eget solsystem blev dannet for ca. 4,5 milliarder år siden. Det giver anledning til en abstraktion på højeste niveau, som er svær at forstå, men dog besidder en indre skønhed. Her er så det fundamentale spørgsmål: Var der tid, før vores tid startede ved Big Bang? Lad os citere Dronning Margrethe II, som på klogeste vis har kaldt tiden før vores tid for 'utid'! Dette burde ophøjes til et videnskabeligt begreb.

Skønheden i videnskaben: tilbage i tiden

Det er ikke kun i vores tid, forskere har beskæftiget sig med videnskabens skønhed (Zinkernagel 2016). Allerede de gamle grækere var fokuserede på skønheden i naturen. For 2500 år siden postulerede Pythagoras, at hemmeligheden i universets skønhed skulle findes i de hele tal. Baggrunden var, at han havde observeret en sammenhæng mellem en strengs længde og harmonier i musikken, f.eks. giver forholdet 1:2 oktaven og forholdet 2:3 kvinten. Også Pythagoras' sætning for en retvinklet trekant opfyldes engang imellem, men dog ikke altid, af hele tal, f.eks. $3^2 + 4^2 = 5^2$.

Platon og Aristoteles gik et skridt videre ved at hævde, at alle himmellegemer måtte være kugleformede, af rent æstetiske grunde, da kuglen ansås for den mest perfekte figur (Zinkernagel 2016). Denne påstand byggede på observationer af solen og månen, men også på måneformørkelser, som gav et 'ekstra' argument for antagelsen. Kuglen set i to dimensioner er en cirkel, og det førte til, at Pythagoras, Platon og Aristoteles tog et spring videre ved at hævde, at alle bevægelser i himmelrummet måtte være cirkelbevægelser, igen alene ud fra rent æstetiske grunde. Det ved vi selvfølgelig nu ikke holder, da mange baner i universet er elliptiske.

Lad os tage et relativt stort hop frem i tiden til vores egen Hans Christian Ørsted – mangeårig sekretær i Videnskabernes Selskab – hvis opdagelse af elektromagnetismen fylder 200 år netop i 2020. Som diskuteret i indledningen mente også Ørsted, at opdagelsen af nye naturlove er en skønhed i sig selv, og han baserede denne opfattelse på filosoffen F.W.J. Schellings tanker om natur og ånd. Ørsted gav en samlet fremstilling af sine filosofiske synspunkter i *Aanden i Naturen* (1850-1851), som han udgav i sine sidste år, men gennem hele sit liv var han var meget optaget af poesi og filosofi, og for ham var der ingen modsætning mellem naturvidenskaben, filosofien og kunsten, mellem naturen og ånden. Enheden så han bl.a. i de såkaldte klangfigurer, mønstre, der opstår, når man stryger en violinbue imod kanten af en plade med fint pulver. Fænomenet var beskrevet før Ørsted, men han opdagede, at pulveret blev elektrisk ved eksperimentet, og det var for ham et bevis på sammenhængen mellem den mekaniske og den elektriske kraft. Når han i sine eksperimenter frembragte særligt rene toner, opdagede han, at klangfigurerne blev formet som matematisk perfekte kurver. På den baggrund så han de smukke klangfigurer som et eksempel på, at fornemmelsen af skønhed hverken er tilfældig eller personlig, men i harmoni med fysikkens love: Oplevelsen af skønhed og den videnskabelige opdagelse af naturlovene er for Ørsted to sider af samme sag.

Skønhed versus sandhed i forskningen

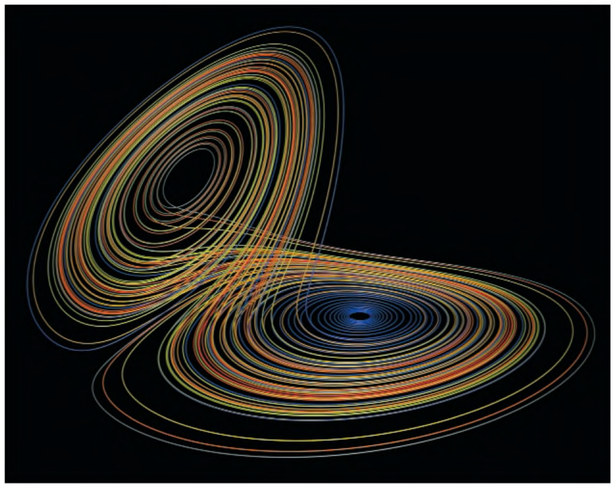
I den moderne forsknings verden tager vi ofte meget små skridt frem ad gangen, og vi følger helst ganske bestemte regler og lovmæssigheder, således at vi til enhver tid kan forsvare (og forklare!) vores resultater for kolleger overalt i verden. Og dog! En berømt udtalelse af den meget kendte matematiker og fysiker Hermann Weyl lyder: »My work always tried to unite the true with the beautiful; but when I had to choose one or the other, I usually chose the beautiful!« (se Zinkernagel 2016). Dette har jeg flere gange hørt citeret af den fremtrædende fysiker Freeman Dyson, som i en alder af 95 år stadig er videnskabeligt aktiv på The Institute for Advanced Study, Princeton. Her vil jeg dog sige, at vi skal passe på. Ligegyldigt hvor besnærende og smuk Weyls udtalelse er, mener jeg, at videnskaben og forskningen altid skal være sand. Vi er nødt til at følge faste regler og lovmæssigheder, såvel i den naturvidenskabelige som i den humanistiske og samfundsvidenskabelige verden, ellers kommer vi uhyre hurtigt ud på et skråplan. Hvordan skulle andre forskere i verden kunne bygge videre på givne resultater, hvis de er baseret på falske og måske ukendte forudsætninger? Dette ikke sagt for at undertrykke skønheden i forskningen, snarere tværtimod.

Karakteristisk for Dyson og Institute for Advanced Study gengiver instituttets segl to kvinder, »Truth« og »Beauty«, der står hånd i hånd (figur 1). Det interessante og for vor tid påfaldende er så, at Truth står ud for den nøgne kvinde, Beauty ud for den påklædte,

FIGUR 1. Segl fra Institute for Advanced Study, Princeton, for- og bagside. Bemærk indskriften »Truth« og »Beauty«, symboliseret ved en nøgen og en påklædt kvinde (designet af Pierre Turin 1934; foto: Bruce M. White).

måske en hentydning til udtrykket 'den nøgne sandhed'. Institute for Advanced Study var stedet, hvor Albert Einstein arbejdede, efter at han var flygtet til USA, og instituttet var blevet grundlagt ganske få år inden hans ankomst. Det er den dag i dag et ualmindelig spændende sted for både skønhed og sandhed i videnskabens verden.

Æstetik og skønhed er nært forbundne med andre begreber som det sublime, kreativitet, motivation – ja, og vel også leg (Zinkernagel 2016). Vores mangeårige præsident for Videnskabernes Selskab Niels Bohr er kendt for synspunktet: »Du oplever naturen med samme intensitet som barnet. Intet er for småt eller dagligdags til, at du ikke kan glæde dig eller undre dig over det.« Det er ikke tilfældigt, at vi kender til mange billeder af Niels Bohr, der leger med snurretoppe og andet legetøj – for ham var legen kædet sammen med oplevelsen af skønheden og forskerens grundlæggende nysgerrighed.



FIGUR 2. Lorenz mærkelige 'sommerfugle'-attraktor afbildet i et to-dimensionalt koordinatsystem. Farvekodningen er tilføjet, for at man skal kunne se de fraktale 'lagdelinger' i attraktoren. Bevægelsen på attraktoren er kaotisk (gengivet med tilladelse fra Paul Bourke, paulbourke.net/fractals/lorenz/).

Paradigmet for kaos- og fraktalteorier

Studier af kaos og fraktaler i fysikken, matematikken og biologien gennemgik på det nærmeste en revolution omkring 1980, og nybruddet bliver ofte betegnet netop 'kaos-revolutionen'. Men allerede en del år tidligere, i 1963, havde meteorologen Edward Lorenz på Massachusetts Institute of Technology studeret matematiske ligninger for vejr-forudsigelser (Lorenz 1963). Lorenz havde adgang til nogle af de første computere i verden, som kunne udnyttes til at udføre numeriske simuleringer af komplicerede fysiske og matematiske systemer. Ikke desto mindre forsøgte han at simplificere de matematiske ligninger for at opnå en dybere forståelse. Han grundlagde dermed en videnskabelig angrebsvinkel, som de fleste forskere indenfor fysikken har fulgt, nemlig at reducere frihedsgraderne i systemer så meget, at forståelsen forbliver uændret, uden at de fysiske og matematiske egenskaber forsvinder. Her kan vi igen drage en parallel til vores nestor Niels Bohr, som altid forsøgte at opnå den dybeste forståelse i de simplest mulige systemer. Han kortlagde jo netop et simpelt grundstofs atomare egenskaber, nemlig hydrogenet.

Ved denne 'reduktionisme' opnåede Lorenz et system af tre koblede, ikke-lineære differentialligninger, som benævnes Lorenz-systemet. Ved hjælp af computeren løste han disse ligninger numerisk, hvilket ikke havde været muligt tidligere i historien. Han opnåede fantastiske geometriske strukturer som vist på figur 2 og kunne vel næppe tro sine egne øjne, da de første gang viste sig. Han havde som den første i verden fundet det, vi nu benævner en 'mærkelig attraktor'. Siden opdagede han en hel række nye egenskaber ved denne attraktor (Lorenz 1963).

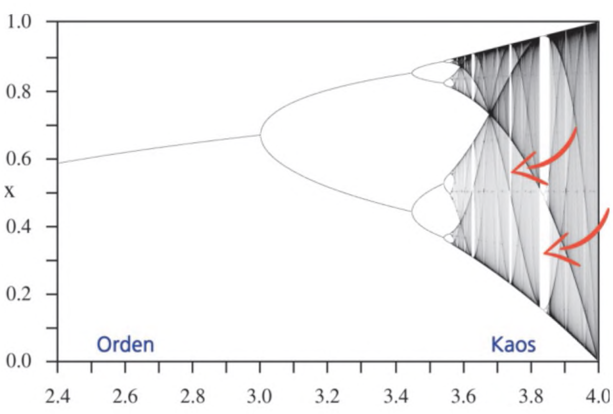
For det første kunne han gennem numeriske simuleringer observere, at hvis systemet blev startet op under to forskellige begyndelsesbetingelser meget tæt på hinanden, ville tidsudviklingen hurtigt føre dem væk fra hinanden, faktisk ville afstanden mellem de to trajektorier vokse eksponentielt, som tiden udviklede sig. Det er præcis, hvad vi nu kalder kaotisk bevægelse, og den er faktisk ret veldefineret rent matematisk – netop som beskrevet i foregående sætning.

Lorenz fandt også, at hans 'sommerfugle'-attraktor havde lagdelinger, som vi tydeligt kan se på figur 2. Det betyder, at der eksisterer nogle 'huller', hvor der ikke findes kurver i attraktoren, altså netop de fraktale egenskaber ved Lorenz-attraktoren, som her blev observeret for første gang. Attraktoren har en dimension, der ligger mellem 2 og 3, mere præcist 2,06, som benævnes den fraktale dimension.

Lorenz havde med sine opdagelser lagt grundlaget for et helt nyt felt i fysikken og matematikken, men der skulle gå nogle år, før disse revolutionerende ideer virkelig trængte ind i forskersamfundet. Paradigmet var dog allerede defineret: Ganske simple systemer kan give meget smukke og komplicerede strukturer. Uden at vide det på forhånd havde Lorenz simplificeret de hydrodynamiske vejr-ligninger til tre variable, som lige netop er den 'laveste' dimension for at kunne observere både kaos og fraktaler.

Overgang til kaos

Som nævnt oplevede kaos-forskningen en stor opblomstring omkring 1980. Det skyldes ikke mindst de epokegørende opdagelser af fysikeren Mitchell Feigenbaum (1978). Han studerede overgangen fra orden til kaos i et endnu simplere system end Lorenz, nemlig gennem en iterationsproces af den såkaldte logistiske ligning: x(n+1) = r*x(n)(1-x(n)). Her er x(n) en fysisk/kemisk/biologisk variabel, f.eks. antal dyr på en ø (May 1974), og r er en ekstern parameter (f.eks. fødemængden på denne ø). Ved at se på løsningen x(n) som funktion af parameteren r opnåede Feigenbaum bifurkationsdiagrammet på figur 3, hvor x(n) er på den lodrette y-akse, mens r er på den vandrette x-akse. Igen var helt nye fænomener observeret for første gang. Vi ser en overgang fra orden (til venstre), hvor tidsudviklingen er uhyre simpel til kaos (til højre), hvor tidsudviklingen er meget kompliceret. Fænomenet er beskrevet ved den simpleste ligning, man kan forestille sig, som altså også giver 'gødning' til paradigmet om, at simple systemer kan give meget skønne og komplekse strukturer. Lidt mere detaljeret beskrevet sker overgangen fra orden til kaos gennem periodefordoblinger af den dynamiske udvikling af x(n). Disse fordoblinger optræder som de forgreninger, der tydeligt ses i diagrammet. Feigenbaum observerede, at der sker uendelig mange fordoblinger på mindre og mindre skala, indtil udviklingen bliver kaotisk, som det tydeligt observeres ved, at der er mange 'sorte' punkter i diagrammet (Feigenbaum 1978). Feigenbaum opdagede endvidere, at denne overgang til kaos sker på samme måde i næsten alle systemer, og den er karakteriseret og kvantificeret ved helt bestemte tal. Det er, hvad vi i fysikken benævner universalitet. Disse grundlæggende opdagelser er senere blevet eksperimentelt eftervist i en lang række systemer fra væsker til halvledere.



Orden i kaos

Vi har i figur 3 set, hvordan et system, der er beskrevet af en simpel iterations-ligning, kan gå fra orden til kaos, hvis systemet 'presses' mere og mere, som bestemt af den eksterne parameter r, f.eks. ved at temperaturen eller trykket langsomt øges, at en fødemængde i et biologisk system øges eller tilsvarende. Man kunne så naturligt forestille sig, at når systemet er indtrådt i en kaotisk tilstand, vil det forblive i en sådan tilstand. Det er ikke tilfældet! Dybt inde i det kaotiske område kan den mindste ændring af parameteren r føre til, at systemet pludselig bliver helt og aldeles ordnet igen! Det er højst overraskende og er i figur 3 indikeret med de to røde pile. Disse områder kaldes periodiske vinduer i det kaotiske område. Ud fra basale matematiske og computermæssige overvejelser forstår vi nogenlunde, hvordan denne orden i kaos kan opstå, men vi har ikke en dybere forståelse af fænomenet og mangler i særdeleshed indsigt i, 'hvornår' og ved hvilke parameterværdier de periodiske vinduer dukker op. For endnu engang at sætte det i relation til Niels Bohr: Der eksisterer komplementaritet mellem orden og kaos i komplekse systmer. Ja, faktisk er det sådan, at der i det kaotiske område er uendelig mange periodiske ordnede vinduer, som er filtreret ind i hinanden på fraktal vis. Med andre ord er det sådan, at komplementariteten indeholder et kompleksitetselement!

Fraktalers skønhed

Fraktale strukturer optræder overalt i naturen (Mandelbrot 1983, Peitgen & Richter 1986, Feder 1988). Et godt eksempel er snekrystaller, hvoraf vi ser en typisk – og meget smuk – struktur i figur 4. Bemærk den symmetriske geometri med seks grene, der splitter i mindre grene, som splitter i mindre grene osv., karakteristisk for fraktaler. På et tidspunkt vil forgreningen stoppe

FIGUR 3. Bifurkationsdiagram for den logistiske ligning x(n+1) = r*x(n)(1-x(n)). Variablen x(n) er plottet på y-aksen og parameteren r på x-aksen i intervallet 2,4<r<4. Løsningen er fundet ved computersimulering. Bemærk, at overgangen fra orden til kaos sker gennem periodefordoblinger, der ses som forgreninger i diagrammet. De røde pile angiver 'vinduer' i det kaotiske område, hvor systemet pludseligt igen går ind i en ordnet tilstand.

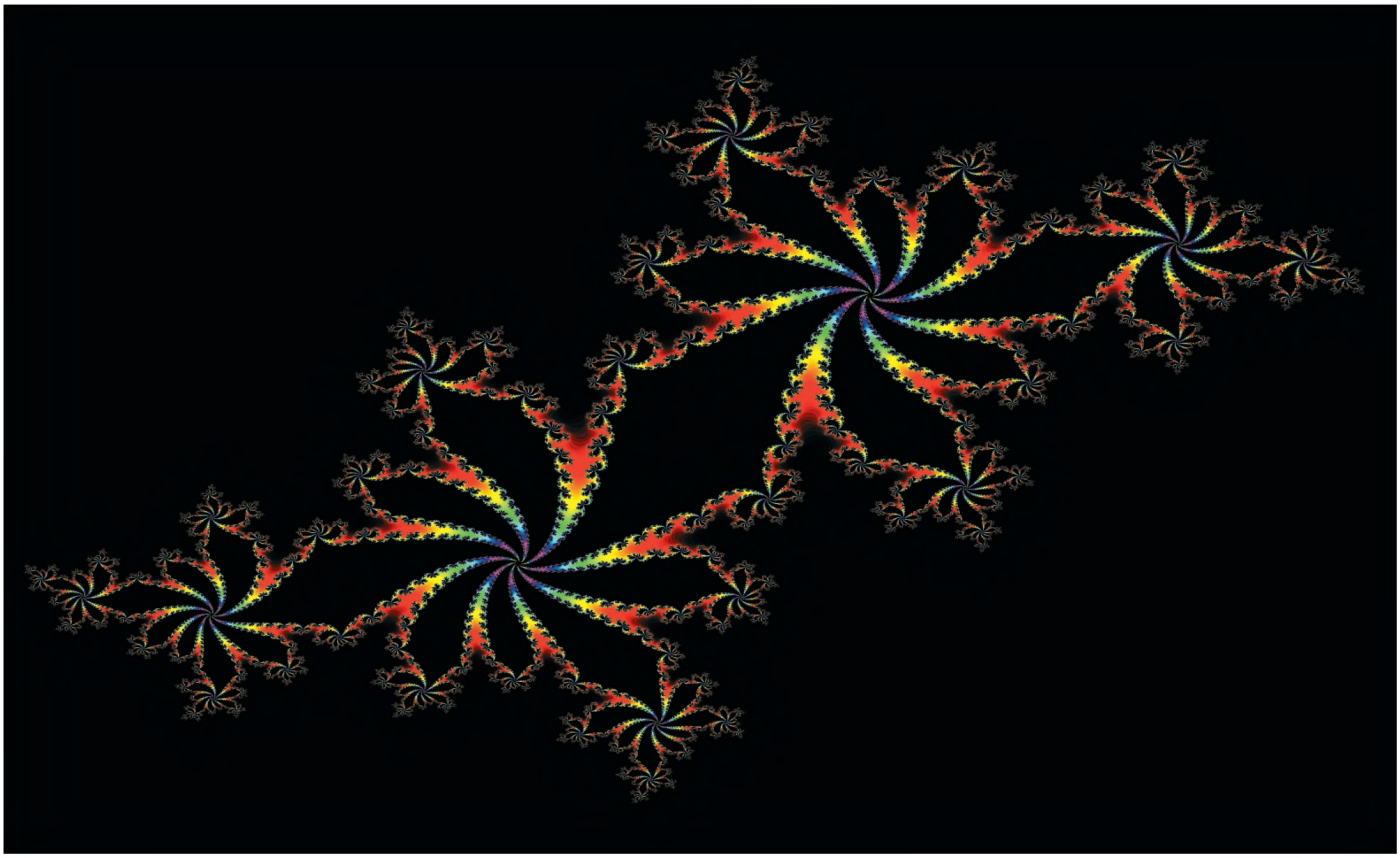
FIGUR 4. Billede af en fraktal snekrystal. Bemærk den seksgrenede geometri. Ud af hver en gren sker der yderligere forgreninger på mindre og mindre skalaer (gengivet med tilladelse fra Don Komarechka, www.donkom.ca).

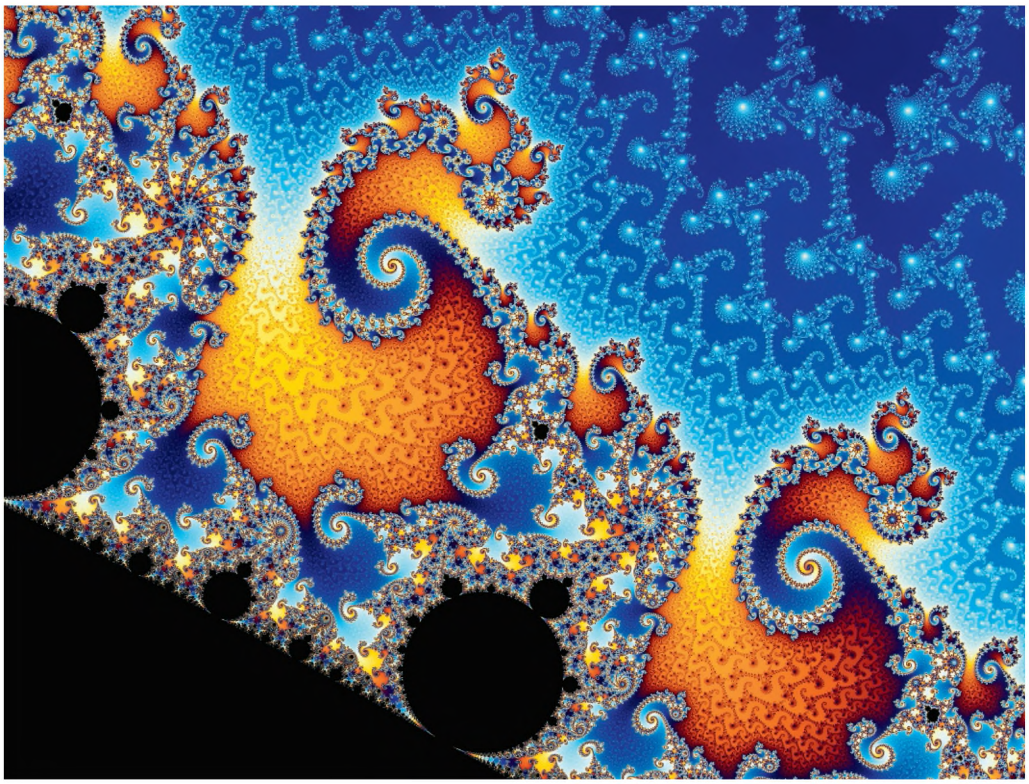
(f.eks. på grund af overfladespænding), og det er som oftest tilfældet i den fysiske og biologiske verden. Fraktaler er altså defineret ved, at deres struktur gentager sig på mindre og mindre skalaer: Vi siger, at de er selv-similære. På grund af denne egenskab vil en fraktal aldrig helt 'fylde' det rum ud, som den optræder i. Dette forhold kan karakteriseres og kvantificeres ved den såkaldte fraktale dimension. En linje har dimensionen 1, et plan dimensionen 2 og en kubus dimensionen 3. En fraktal derimod vil ikke have en heltallig dimension, men kan antage alle værdier imellem de hele tal, f.eks. har Lorenz-attraktoren dimensionen 2,06.

Vi kan generere de smukkeste matematiske fraktaler ved at bruge den iterationsligning, som blev omtalt i forrige afsnit, idet vi dog lader både variablen z og parameteren c være komplekse tal:

$$z(n+1) = c*z(n)*(1-z(n)).$$

Ved på en computer at studere, hvordan denne iteration enten ikke divergerer eller divergerer mod





FIGUR 5. Øverst ses Julia-mængde (Peitgen & Richter 1986), til venstre Mandelbrot-mængde (Mandelbrot 1983, Feder 1988). Begge billeder er computergenererede ud fra en iterationsligning, der består af komplekse tal (gengivet efter Wikepedia, https://en.wikipedia.org/wiki/Mandelbrot_set).

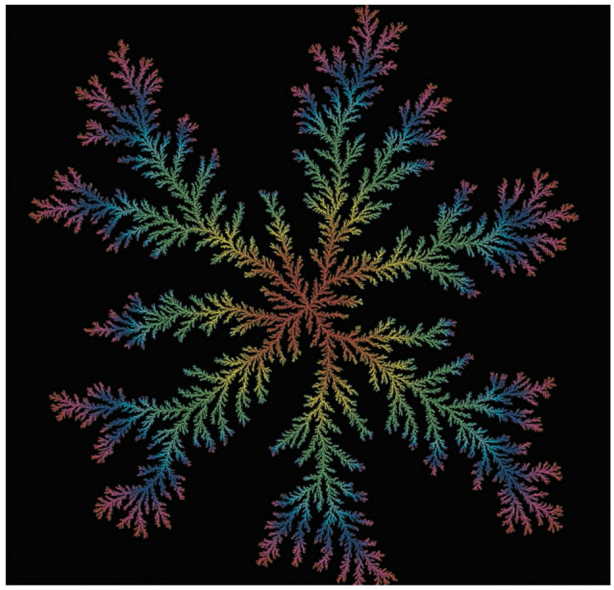
uendelig, kan vi danne hhv. Julia-mængder (Peitgen & Richter 1986) og Mandelbrotmængder (Mandelbrot 1983), som ses på figur 5. Begge disse mængder er selv-similære, men denne gang ned til uendelig lille skala, som det er muligt at opløse på computeren.

FIGUR 6. Bakteriekoloni, der har groet på en agarplade (Ben-Jacob o.a. 1994). Kolonien forgrener sig i lighed med diffusions fraktaler (figur 7).

I den biologiske verden finder vi mange fraktale strukturer, f.eks. forgreningerne af væskeveje på træers blade. For at sammenlige med de matematiske fraktaler, vi lige har beskrevet, viser vi i figur 6 en bakteriekoloni, som gennem nogen tid har vokset på en agarplade (Ben-Jacob o.a. 1994). Bemærk den forgrenede struktur, som er typisk for fraktaler og viser lighed med de matematiske fraktaler, selvom de er milevidt fra hinanden – en er fra naturen, den anden fra en 'matematisk' computerskærm. Nogle bakterier vokser altså som fraktaler, men langt de fleste gør ikke og genererer i stedet helt kompakte kolonier.

Lad os et øjeblik vende tilbage til den fysiske verden. I fysiklaboratorier verden over er der siden 1980 udført utallige eksperimenter med viskøse fraktale 'fingre'. I figur 7 ser vi et typisk eksempel fra et eksperiment, der er udført ved et af de bedste laboratorier i verden, ved Austin Universitetet i Texas. I et tyndt lag olie, der er placeret mellem to glasflader, bores et hul i midten, og vand eller luft blæses med kontrolleret hastighed igennem olien (Mathiesen o.a. 2006). Det viser sig, at luften/vandet fortrænger olien i den flotteste struktur med store grene, der splittes i mindre og endnu mindre grene, en typisk fraktal med en dimension omkring 1,71. Den slags eksperimenter er blevet udført under mange forskellige opsætninger og med mange forskellige væsker – en gruppe ved Oslo Universitet er blandt pionererne (Feder 1988). Med disse metoder kan en myriade af forskellige fraktale og viskøse strukturer observeres.

FIGUR 7. Eksperiment, hvor luft blæses igennem olie. Bemærk den forgrenede fraktale struktur. Den fraktale dimension er D=1,71 (Mathiesen o.a. 2006).

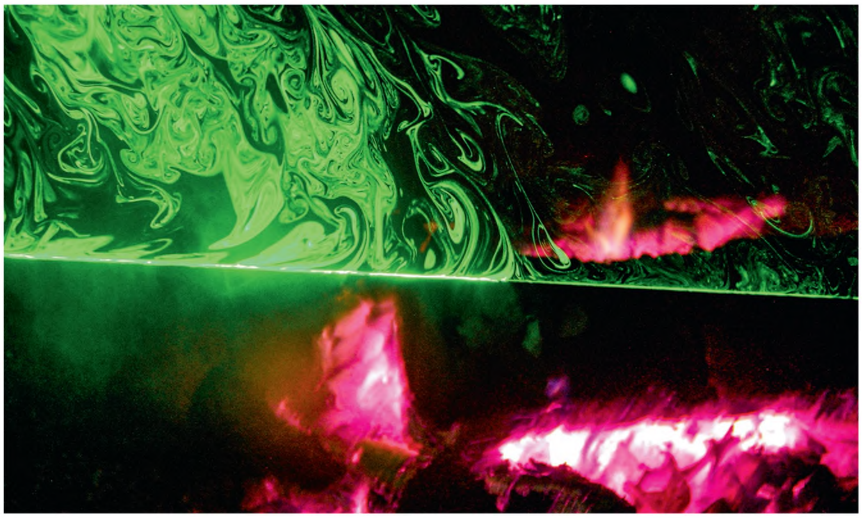


FIGUR 8. En fraktal, der er genereret gennem Diffusion-Limited-Aggregation (DLA). Også her ses den forgrenede struktur, som fortsætter ned på meget lille skala. Dimensionen af dette aggregat er D =1,72 (Witten & Sander 1982) (gengivet med tilladelse fra Lev Shchur & Anton Menshutin).

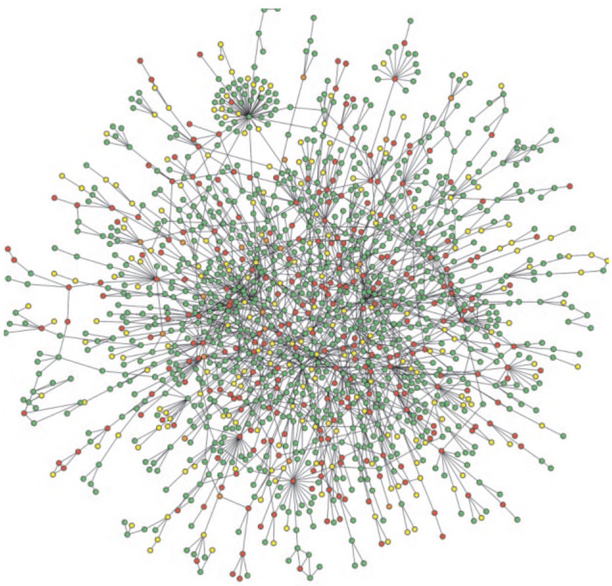
I 1982 foreslog fysikerne Tom Witten og Leonid Sander endnu en uhyre simpel model for at forstå, hvordan fraktaler kan opstå i opsætninger, hvor diffusionen spiller en afgørende rolle (Witten & Sander 1982). Modellen kaldes Diffusion-Limited-Aggregation, forkortet som DLA. Ved en computeralgoritme lader man én partikel ad gangen diffundere tilfældigt rundt på computerskærmen. Vi kan forestille os, at der er lim på partiklen. Hvis den bumper ind i en anden partikel, vil limen virke, og de vil sætte sig fast til hinanden. Efter at have udført denne simulering flere millioner gange opnår man et aggregat som vist på figur 8. Bemærk den meget overraskende lighed med eksperimentet, der er beskrevet lige ovenfor (figur 7); også den fraktale dimension er sammenlignelig.

I fysikkens verden vil man meget gerne løse en model. Det betyder, at man med analytiske beregninger finder en fuld teori for systemet og modellen. I tilfældet med DLA har en længere række af verdens ledende fysikere prøvet at løse modellen – men stadig uden en komplet teori – ja, med computeren kan man 'løse' den i utallige afskygninger, men det tæller ikke rigtigt. DLA-modellen opfylder til fulde paradigmet for de komplekse systemer: En uhyre simpel model kan give meget smukke og komplekse strukturer. Ikke desto mindre er selve løsningen af modellen ikke ligetil.

Turbulens og fraktaler er tæt knyttede til hinanden. Et af Videnskabernes Selskab medlemmer, Nils O. Andersen, lyste med en laserpointer gennem røgen fra et lejrbål og tog derefter et billede med et almindeligt kamera (figur 9). Over laserstrålen ser man mange hvirvler, som er typiske for en turbulent tilstand – ganske som vi mærker det i en flyvemaskine, der er udsat for turbulens. Bemærk, at hvirvlerne har mange forskellige størrelser: Strukturen er fraktal. Denne sammenhæng er studeret ved forskningslaboratorier ved mange universiteter i verden. Hvirvelstrukturen har en fraktal dimension på 2,83, og det har forbindelse med, hvordan bevægelsesenergien af vandmolekylerne omsættes til varmeenergi, som f.eks. i en gryde med kogende vand.



FIGUR 9. Den turbulente struktur af røg og varme over et lejrbål fremhævet ved en laserpointer. Bemærk hvirvlerne af forskellig størrelse i røgen, som er typisk for en turbulent tilstand (foto: Nils O. Andersen).



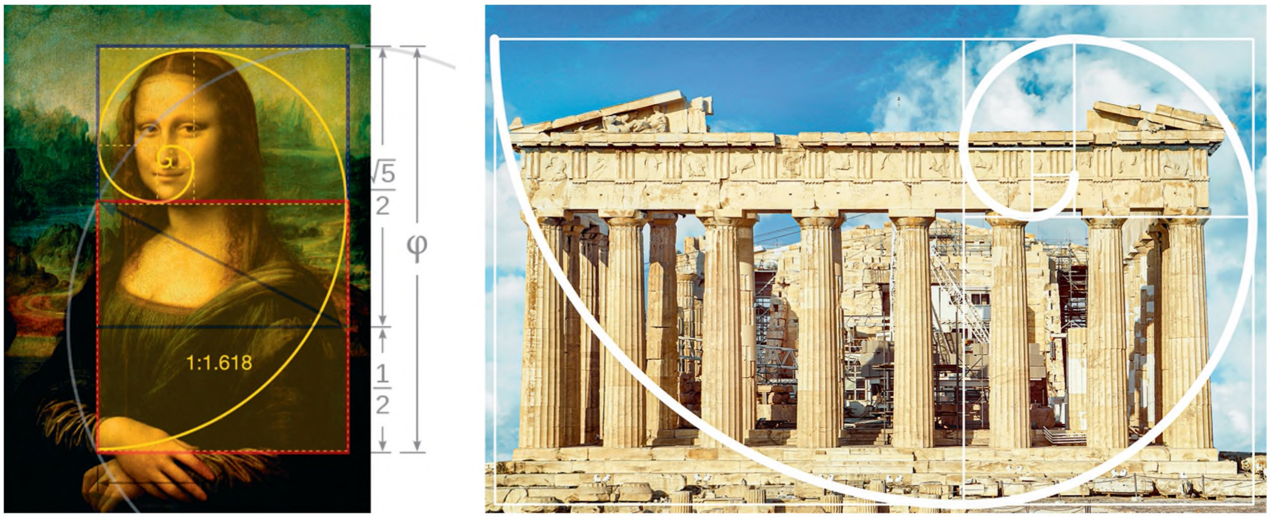
FIGUR 10. Proteinnetværket i en gærcelle. Hvert punkt svarer til et givet gen/protein. De forskellige farver indikerer, hvor stor en effekt det har, hvis et givet protein slettes ved genetisk manipulation (rød: stor effekt, grøn: lille effekt). Bemærk, at nogle proteiner er forbundet og derved vekselvirker med mange andre (de kaldes 'hubs'), hvorimod andre proteiner vekselvirker med ganske få (Albert-László Barabási group, www.barabasi.com).

I den biologiske verden konstrueres i disse år proteinnetværk med de utroligste detaljer. Et eksempel vises i figur 10, som er proteinnetværket for en gærcelle. De røde og grønne punkter svarer til et givet protein og dermed et gen. Linjerne imellem dem viser, hvilke der vekselvirker med hinanden. Farverne indikerer, hvor stor en effekt det har for gærcellen, hvis det givne gen/protein slettes ved genetisk manipulation. Hvis de røde proteiner slettes, vil gærcellen ikke kunne fungere, hvorimod det ikke har den store effekt, hvis et grønt protein fjernes. Man observerer 'hubs', dvs. proteiner som vekselvirker med virkelig mange andre proteiner. Prøver man at undersøge fordelingen af disse hubs, er der rigtig mange med få vekselvirkninger, hvorimod der er ganske få med de mange vekselvirkninger. Faktisk vil den fordeling følge en såkaldt potenslov, dvs. det underlig- gende netværk har fraktale egenskaber, og fordelingen af hubs er selvsimilær.

Kan skønhed kvantificeres?

Mange kunstnere og videnskabsfolk har forsøgt at kvantificere skønheden – inden for kunsten og videnskaben, selvfølgelig. Et hyppigt anvendt begreb er 'det gyldne snit', figur 11. I matematikken er det gyldne snit et irrationalt tal, og man kan sige, at det er det 'mest' irrationale af alle tal, idet det på elegant vis kan udtrykkes ved en såkaldt kædebrøk, der udelukkende består af 1-taller. I kunsten er det gyldne snit et eks-

FIGUR 11. 'Det gyldne snit': A. Spiralen i Leonardo da Vincis maleri 'Mona Lisa', genereret med det gyldne snit.
B. Parthenons proportioner er bestemt af det gyldne snit.



tremt hyppigt anvendt begreb, mon ikke det er side 1 i enhver bog om kunsthistorie. Det gyldne snit kan være forholdet mellem de to sider i et billede, eller det kan være 'spiralen' i Leonardo da Vincis Mona Lisa. I 1509 udgav Luca Pacioli og Leonardo da Vinci en bog med titlen *De Divina Proportione* 'om den guddommelige proportion', hvor det gyldne snit omtales ganske meget (Pacioli & da Vinci 1509/2014). Både før og efter renæssancen har det gyldne snit spillet en vigtig rolle. Eksempelvis er Parthenontemplet i Athen bygget ud fra det gyldne snits proportioner, og arkitekten Le Corbusier skabte proportionsskalaen 'Modulor' ud fra det gyldne snit. Med andre ord kan skønheden kvantificeres – til en vis grad.

Også i fysikkens verden er det gyldne snit anvendt. Da jeg arbejdede ved University of Chicago i 1980'erne, opbyggede vi turbulensforsøg i mindre væskesystemer under meget kontrollerede forhold. Systemet havde en fantastisk stabilitet, og vi kunne langsomt, men sikkert ramme det gyldne snit i forholdet mellem den ydre påvirkning og den indre turbulenstilstand (Jensen o.a. 1985). Vi observerede, at netop på dette punkt var systemer 'sværest' at drive ind i en kaotisk tilstand. På en måde kunne vi sige, at netop ved det gyldne snit gjorde systemet mest modstand mod at blive kaotisk.

Afrunding

Vi har set, at skønheden optræder overalt i videnskaben og naturen. Og vi har set, at paradigmet med, at de simpleste modeller ofte giver de skønneste strukturen, gælder overraskende mange steder. Vi har prøvet at kvantificere skønheden i disse systemer. Men for at være ærlig: Skønheden har uendelig mange udtryksformer og heldigvis langt flere, end vi kan afkode! Lad os gå 2500 år tilbage i tiden og slutte med at citere den kinesiske vismand Kong Fuzi: Alting har skønhed, men ikke alle ser den!

Litteratur

E. Ben-Jacob, O.Schochet, A. Tenenbaum, I. Cohen, A. A. Czirok & T. Vicsek 1994: »Generic modelling of cooperative growth patterns in bacterial colonies«, i: *Nature* 368, 46-49 og E. Ben-Jacob forskningsgruppe, Tel Aviv Universitet.

J. Feder 1988: *Fractals*. New York: Plenum.

M.J. Feigenbaum 1978: »Quantitative universality for a class of nonlinear transformations«, i: *Jour. Stat. Phys. 19*, 25-52.

E. Lorenz 1963: »Deterministic nonperiodic flow«, i: *Journal of the Atmospheric Sciences* 20, 130-141.

M.H. Jensen, L.P. Kadanoff, A. Libchaber, I. Procaccia & J. Stavans 1985: »Global Universality at the Onset of Chaos: Results of a Forced Rayleigh Benard experiment«, i: *Phys.Rev.Lett.* 55, 2798-2801.

B.B. Mandelbrot 1983: *The fractal geometry of nature*. New York: WH Freeman.

J. Mathiesen, I. Procaccia, H. L. Swinney & M. Thrasher 2006: »The universality class of diffusion-limited aggregation and viscous fingering«, i: *Europhys. Lett.* 76 257–263.

R.M. May 1974: »Biological populations with nonoverlapping generations: stable points, stable cycles, and chaos«, i: *Science* 186, 645-647.

Luca Pacioli & Leonardo da Vinci 1509/2014: *De Divina Proportione (On the Divine Proportione. Facsimile (in black and white) of the original version of 1509*. Amsterdam: Leopold Publishing.

H.O. Peitgen & P.H. Richter 1986: *The Beauty of Fractals, Images of Complex Dynamical Systems*. Berlin: Springer.

T. A. Witten, Jr. & L. M. Sander 1982: »Diffusion-Limited Aggregation, a Kinetic Critical Phenomenon«, i: *Phys. Rev. Lett.* 47, 1400-1403.

H. Zinkernagel 2016: »Æstetik, fysik og motivation«, i: *Kvant* 4, 4-10.